

# トンネル切羽のひずみ軟化挙動に関する数値解析的研究

構造及びコンクリート工学分野 王 熹

## Abstract

本研究は、未固結の地盤材料に見られるひずみ軟化挙動特性を記述できる弾塑性構成則に基づき、有限要素解析法により、既存のトンネル模型遠心載荷実験で模擬再現されたトンネル切羽の挙動とせん断域の進展についての評価を試みたものである。そのために、実験で用いられた地盤材料の一軸圧縮と三軸非排水非圧密圧縮試験の結果に基づいて、構成則内の材料定数を検討・設定した。その上で、二つの要素分割にて、実験で観察された切羽押し出し量と地表面の沈下量の急増を数値的に再現できたが、せん断域の進展の把握には検討の余地を残した。

## 1. はじめに

近年、都市部トンネル工事において、価格と地上の交通への影響を低減するために、山岳工法が採用されるケースが増えている<sup>1)</sup>。ただし、山岳工法を応用すると、未固結地盤（岩盤を除いた地盤）では、条件によって、図 1.1 で示すようにトンネルの肩部からせん断ひずみの大きな帯状領域が生じ、切羽が押し出されながら、せん断域が地表面まで進展していき、陥没や崩壊を生じさせる事例もある。しかし、従来の設計に用いられる解析手法として、弾性または弾塑性（弾性完全塑性または弾性硬化塑性）解析であり、そのため、地盤材料モデルの材料軟化強度が表現できず、トンネルや切羽の安定とせん断域が評価できない。そこで、これらの評価にはひずみ軟化を考慮した弾塑性解析が必要と考える。

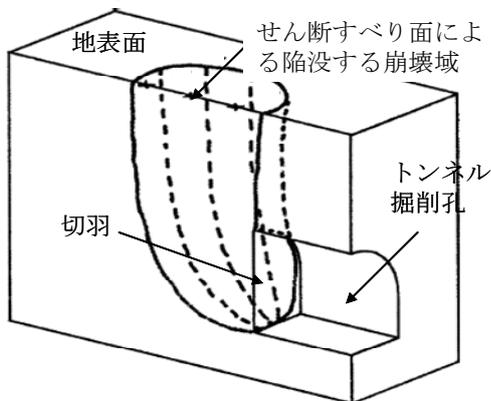


図 1.1 トンネルの掘削先端から地表面への崩壊例

D. sterpi<sup>2)</sup>ら、芥川<sup>3)</sup>らと中岡<sup>1)</sup>らの研究成果で、材料の強度低下を考慮することにより、図 1.1 に示す崩壊域の形成が評価できることを示した。そこで、本

研究は、水野<sup>4)</sup>らが提案した LADE 型モデル（図 1.2 でひずみ空間での載荷曲面を示す）を用いて、トンネル切羽の安定性とせん断域の挙動の評価を試みるものである。

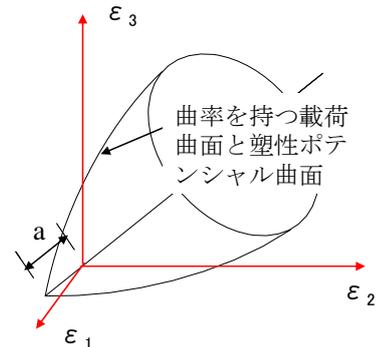


図 1.2 本研究で用いる LADE 型モデル(関連流動則)

そのために、遠心模型実験の地盤材料の一軸と三軸非排水非圧密圧縮試験結果に基づいて、ひずみ空間で定義した LADE 型モデルの構成則内の材料定数の設定方法について検討・設定した。その上で、高橋<sup>5)</sup>らが行った遠心載荷実験模型の有限要素解析を実施し、実験で観察されたトンネル切羽と地表面の変位、せん断域の形成の再現を試みた。最後に、LADE 型モデルの地盤材料への応用における問題点について議論した。

## 2. 遠心模型実験概要

本研究の対象は高橋<sup>5)</sup>らが行なった地盤トンネル模型の遠心実験である。土槽の中に半縦断面トンネル地盤模型を作成する、その寸法と変位計測点は図 2.1 に示す。80G の重力加速度において、被り土 16m、直径 8 m の工事中的トンネル地盤の応力状態と挙動を再現

できる。地盤材料強度が軸ひずみ 1.6% の時ピーク応力値 0.07MPa に達し、比較的固結度の高い土砂地山を表現できた。

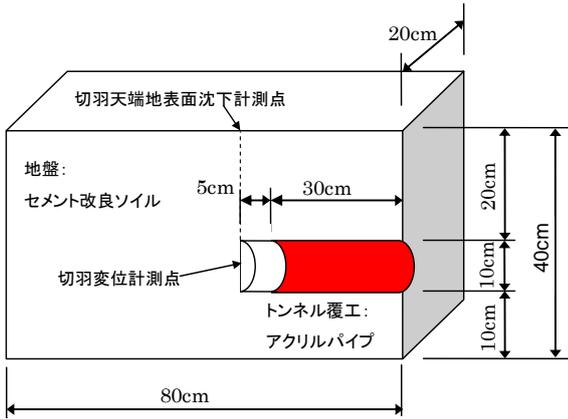


図 2.1 遠心実験模型図<sup>5)</sup>

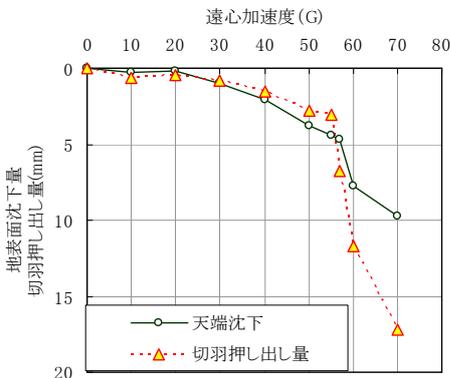


図 2.2 地表面沈下と切羽の押し出し量<sup>5)</sup>

実験結果について、遠心加速に伴う地表面沈下量と切羽押し出し量の変化は図 2.2 に示す。遠心加速度が 20G に達すると変形が観測され始め、20G から 55G まで、遠心加速度にほぼ比例して沈下が発生している。55G から切羽が大きく崩壊していき、地盤内すべり面が生じ、58G で地表面までに及ぶ大きな破壊変形が発生した。載荷が 70G 以後に、切羽が崩壊した。

模型の前には透明なアクリル板を使用したため、載荷中の地盤の変形を観察することができた。図 2.3 と図 2.4 はそれぞれ載荷終了後の地盤内のすべり面と載荷中の切羽近傍の地盤の変形を示す。

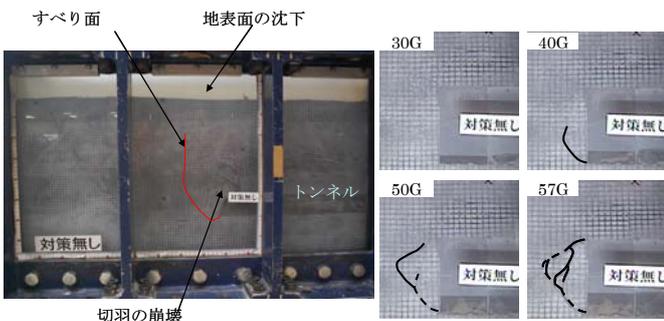


図 2.3 載荷終了後の地盤<sup>5)</sup> 図 2.4 切羽近辺の変形<sup>5)</sup>

### 3. ひずみ軟化解析手法

本研究で用いた LADE 型モデルとは、1977 年に Lade<sup>6)</sup>

が提案した構成則を基礎として、水野<sup>4)</sup>らによりひずみ空間において定式化された、ひずみ軟化を考慮できる構成則モデルである。応力空間とひずみ空間での載荷関数をそれぞれ  $f, F$  とすると、次式が書ける。

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij}, dF = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} d\varepsilon_{ij} \quad (3.1)$$

式 3.1 で示す応力空間での載荷関数の増分  $df$  は図 3.1 で示すように、応力空間で弾塑性挙動を表す際に、除荷と載荷による軟化は同じ式で判定する。ひずみ空間では、弾塑性挙動を除荷、中立と載荷三つのひずみ状態に分けるので、載荷関数の増分  $dF$  にはその不具合を除くことができるため、解析上は有利である。

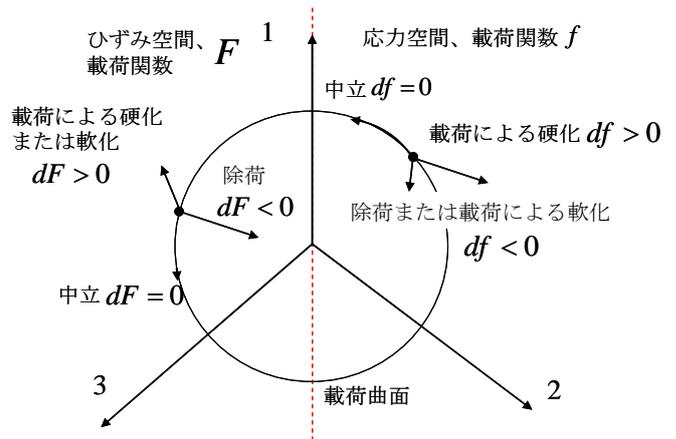


図 3.1 応力空間とひずみ空間での応力状態判定の相違

本研究で用いる載荷関数とポテンシャル関数を応力空間で式 3.2 のように記述する。

$$f = (I_1 + a)^3 - \left( 27 + f_p \left( \frac{p_a}{I_1 + a} \right)^m \right) \left( \frac{1}{27} (I_1 + a)^3 - \frac{1}{3} (I_1 + a) J_2 + J_3 \right) = 0$$

$$g = (I_1 + a)^3 - \left( 27 + \eta_2 \left( \frac{p_a}{I_1 + a} \right)^m \right) \left( \frac{1}{27} (I_1 + a)^3 - \frac{1}{3} (I_1 + a) J_2 + J_3 \right) = 0 \quad (3.2)$$

ここで、式中のパラメータは以下のように、

$a$  : 図 1.2 で示すように、降伏曲面が静水軸上で引張方向への移動量を表す、常に正である。

$m$  : 降伏曲面の曲率を表す。降伏曲面は、 $m > 0$  の場合には鐘型に、 $m = 0$  の場合には円錐型に、 $m < 0$  の場合には開口を広がっていく形になる。

$f_p$  : 硬化及び軟化パラメータであり、塑性仕事量の関数であり材料強度を表す。初期状態は 0 で、応力のピーク値に達するとき拘束圧の大きさに関わらず一定値の  $\eta_1$  となる。そして、軟化に伴って減少していく。

そして、応力不変量  $I_1, J_2, J_3$  を式 3.2 で示すひずみ不変量  $\bar{I}_1, \bar{J}_2, \bar{J}_3$  による表示することで、ひずみ空間での載荷関数とポテンシャル関数を式 3.4 のように記述でき

る。

$$\begin{aligned} I_1 &= 3\mathbf{K}(\varepsilon_{ii} - \varepsilon_{ii}^p) = 3\overline{\mathbf{K}}I_1 = \overline{\mathbf{A}}I_1 \\ J_2 &= 2\mu^2(\mathbf{e}_{ij} - \mathbf{e}_{ij}^p)(\mathbf{e}_{ij} - \mathbf{e}_{ij}^p) = \overline{\mathbf{B}}J_2 \\ J_3 &= \frac{8}{3}\mu^3(\mathbf{e}_{ij} - \mathbf{e}_{ij}^p)(\mathbf{e}_{jk} - \mathbf{e}_{jk}^p)(\mathbf{e}_{ki} - \mathbf{e}_{ki}^p) = \overline{\mathbf{C}}J_3 \end{aligned} \quad (3.3)$$

ここで、 $\mathbf{K}$ 、 $\mu$ 、 $\varepsilon_{ii}$ 、 $\varepsilon_{ii}^p$ 、 $\mathbf{e}_{ij}$ 、 $\mathbf{e}_{ij}^p$ は、それぞれ、体積弾性係数  $E/3(1-2\nu)$ 、せん断弾性係数  $E/2(1+\nu)$ 、体積ひずみ、塑性体積ひずみ、偏差ひずみ、塑性偏差ひずみを表す。

$$\begin{aligned} F &= (\overline{\mathbf{A}}I_1 + a)^3 - \left( 27 + f_p \left( \frac{P_a}{\overline{\mathbf{A}}I_1 + a} \right)^m \right) \left( \frac{1}{27}(\overline{\mathbf{A}}I_1 + a)^3 - \frac{1}{3}(\overline{\mathbf{A}}I_1 + a)\overline{\mathbf{B}}J_2 + \overline{\mathbf{C}}J_3 \right) = 0 \\ G &= (\overline{\mathbf{A}}I_1 + a)^3 - \left( 27 + \eta_2 \left( \frac{P_a}{\overline{\mathbf{A}}I_1 + a} \right)^m \right) \left( \frac{1}{27}(\overline{\mathbf{A}}I_1 + a)^3 - \frac{1}{3}(\overline{\mathbf{A}}I_1 + a)\overline{\mathbf{B}}J_2 + \overline{\mathbf{C}}J_3 \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

本研究では、関連流動則を用い、 $G=F$  にした。

本研究で用いる解析プログラムの解析流れは一般的な材料非線形解析手法の流れと同等であり、図 3.3 で示す。ただし、ここでの特徴は、

- 作用は加速度増加による自重の増分
- ひずみ空間で、ひずみ量による塑性流動の判定
- 物体力増分や残差によるひずみ増分はまず初期弾性剛性を用いて計算する

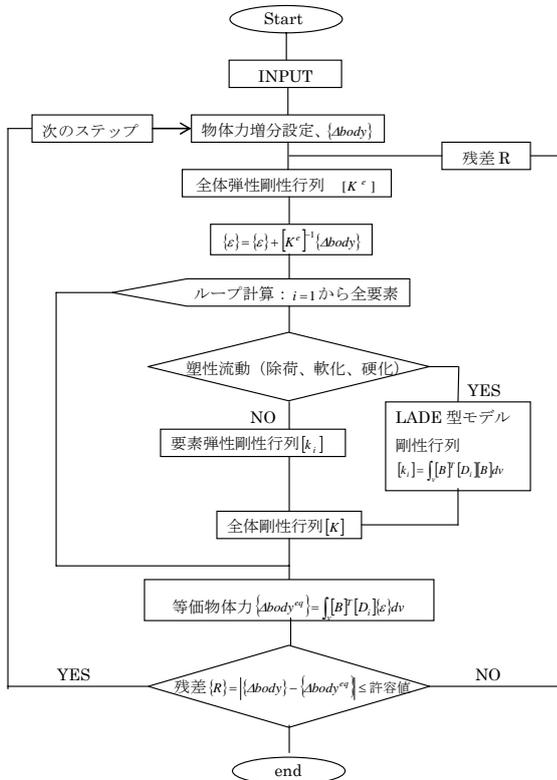


図 3.2 増分解析の流れ

#### 4. 材料試験結果に基づく解析での材料定数の設定

本節では、式 3.2 の各材料定数の意味と設定手順を説明する。本研究で用いた材料定数は、一軸と三軸非排水非圧密 (UU) 圧縮試験結果に基づいて設定した。

第 2 節で紹介した遠心実験とほぼ同時期に一軸圧縮試験を行った。半年後に補足試験として、遠心実験と同じ時期に作製された土材料の三軸 UU 試験を行った。そのため、三軸試験で得られた材料強度は一軸試験より低かった (表 4.1)。そのため、表 4.1 に示すように一軸試験結果に準じて、三軸試験結果を調整したものを材料定数設定に利用した。調整した応力ひずみ関係を図 4.1 に示す。

表 4.1 材料試験結果と調整

供試体	実験結果		調整後	
	$\sigma_1 - \sigma_c$ (kN/m <sup>2</sup> ) <sup>c</sup>	$\varepsilon$ (%)	$\sigma_1 - \sigma_c$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\varepsilon$ (%)
一軸材料試験	70.21	1.66	70.21	1.66
三軸 UU 試験	拘束圧50kN/m <sup>2</sup>	40.77	76.86	1.69
	拘束圧100kN/m <sup>2</sup>	48.18	83.51	1.71
	拘束圧200kN/m <sup>2</sup>	60.99	96.81	1.77

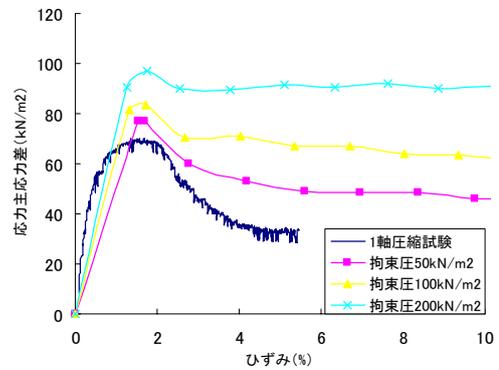


図 4.1 一軸と三軸圧縮試験の応力ひずみ関係

$$\begin{aligned} f_p &= \eta_1 \left( \frac{e \cdot P_a}{W_{ppeak}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \times \exp \left( - \frac{W_p}{\gamma W_{ppeak}} \right) \times \left( \frac{W_p}{P_a} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \\ W_{ppeak} &= P \left( \frac{\sigma_c}{P_a} \right)^l P_a + W_{ppeak0} \\ \gamma &= \gamma_1 \sigma_c + \gamma_2 \end{aligned} \quad (4.1)$$

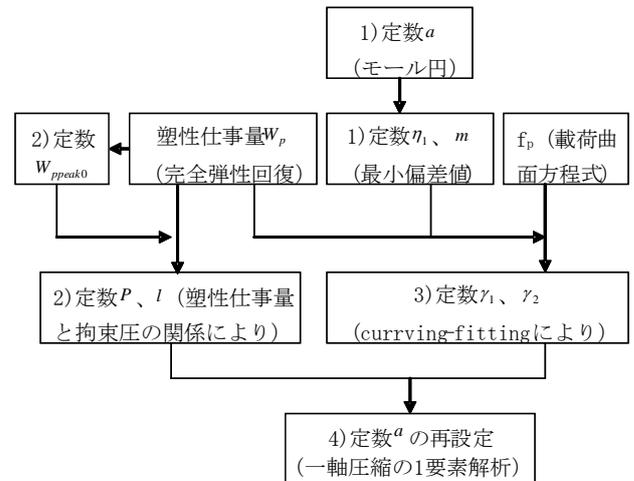


図 4.2 材料定数設定手順

材料定数は弾性係数  $E=16.6\text{MN/m}^2$  とポアソン比  $\nu=0.3$  の他に、LADE 型モデルの載荷関数を材料定数は

破壊曲面を表す材料定数  $a$ 、 $m$ 、強度を表す  $\eta_1$  及び式 4.1 で示すように強度定数  $f_p$  と塑性仕事量  $W_p$  を関連付け材料定数である  $W_{ppeak0}$ 、 $P$ 、 $l$ 、 $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$ 、計 8 個の材料定数がある。算定手順は図 4.2 で示す。

1) 定数  $a$ 、 $m$ 、 $\eta_1$

定数  $a$  は図 1.2 で示すように、载荷曲面が静水圧軸上の移動量を示す定数である。よって、 $a$  は材料の強

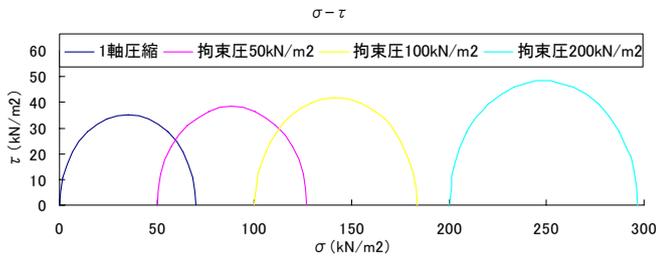


図 4.3 各拘束圧でのピーク時のモール円

度に大きく寄与する定数となる。定数  $a$  を求めるにあたって、図 4.2 に示すように、まずはピーク時のモール円の接線と  $\sigma$  軸の交点の絶対値を  $a$  の値とする。よって、図 4.3 から  $a$  は  $532 \text{ kN/m}^2$  となった。その値を用いて他の定数を設定した後、一軸圧縮試験の一要素解析による、 $a$  を再設定する。

ピーク時強度を表す定数  $\eta_1$  と载荷曲面の曲率を表す定数  $m$  は式 3.2 の塑性ポテンシャル方程式  $g(\sigma_i, \eta_1)$  に  $a$  を代入し算定する。それで、定数  $m$  をパラメータに、各試験結果で得られる  $\eta_1$  の標準偏差が最小になるように、 $m$  と  $\eta_1$  を設定する。標準偏差が 0.20 の時、 $m$  と  $\eta_1$  はそれぞれ 1.08 と 7.10 となった。

2) 定数  $W_{ppeak0}$ 、 $P$ 、 $l$

圧縮実験から得られた応力ひずみ曲線から、塑性仕事量を算出する。ここで、除荷後の応力ひずみ挙動を弾性回復と仮定し、塑性仕事量は図 4.4 の影部の面積とする。 $W_{ppeak}$  はピーク時の塑性仕事量であり、 $W_{ppeak0}$  は一軸圧縮試験での軸応力が強度に達する時の塑性仕事量である、各試験結果から算出する (表 4.1 に示す)。

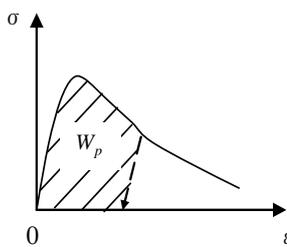


図 4.4 塑性仕事量  $W_p$

表 4.1  $W_{ppeak}$

供試体	$W_{ppeak}$
一軸圧縮実験	0.66
拘束圧 $50 \text{ kN/m}^2$	1.07
拘束圧 $100 \text{ kN/m}^2$	1.56
拘束圧 $200 \text{ kN/m}^2$	1.92

単位:  $\text{kN/m}^2$

式 4.1 で示すように、定数  $W_{ppeak0}$ 、 $P$ 、 $l$  を用いて、拘束圧  $\sigma_c$  での  $W_{ppeak}$  を計算することができる。そこで、

試験結果で得られた  $(W_{ppeak} - W_{ppeak0})/P_a$  と  $\sigma_c/P_a$  の関係

を図 4.5 に示すように両対数グラフで表し、最小二乗法を用いて線形補関すると、 $P$ 、 $l$  はそれぞれ 0.007785 と 0.7605 となった。 $W_{ppeak0}$ 、 $P$ 、 $l$  が大きくなると、解析においてピーク時のひずみが大きくなる。

3) 定数  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$

式 4.1 による、関数  $f_p$  のパラメータの内、主に軟化域の傾きを支配するパラメータ  $\gamma$  がある。 $\gamma$  は定数  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  より拘束圧  $\sigma_c$  と線形関係を示す。

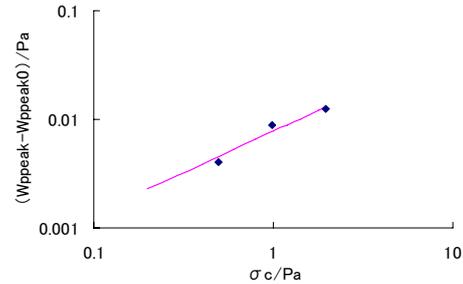


図 4.5  $(W_{ppeak} - W_{ppeak0})/P_a$  と  $\sigma_c/P_a$  の関係

まずは試験で得られた応力ひずみ曲線に基づいて、設定した定数  $a$  と  $m$  を式 3.2 の载荷関数  $f(\sigma_i, f_p)$  に代

入し、 $f_p$  (実測) を算出する。次に、定数  $\eta_1$ 、 $W_{ppeak0}$ 、 $P$ 、 $l$  を式 4.1 に代入し、curve-fitting による各拘束圧での  $f_p$  (計算) 値が  $f_p$  (実測) に合わせるように  $\gamma$  を設定する。図 4.6 で curve-fitting の結果を示す。

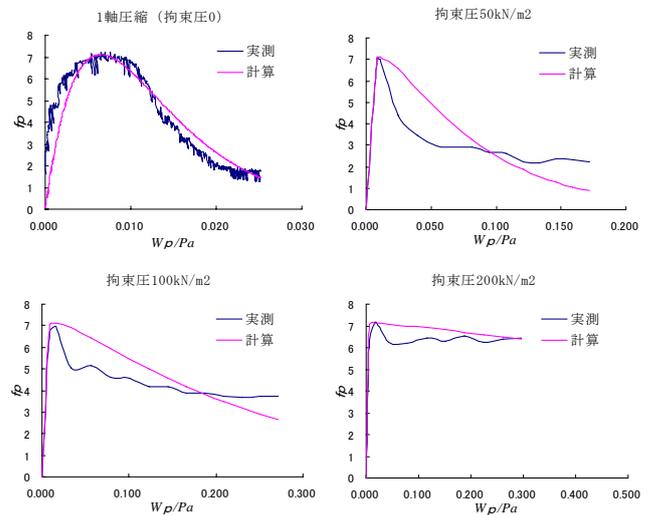


図 4.6  $W_p$  と  $f_p$  の関係

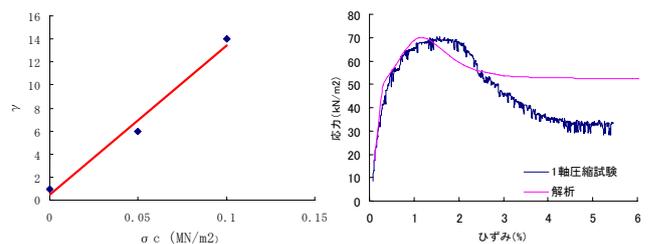


図 4.7  $\gamma$  と  $\sigma_c$  の関係 図 4.8 1 要素一軸圧縮解析

得られた各拘束圧の $\gamma$ の値を図4.7で示す。ただし、拘束圧 $200\text{kN/m}^2$ の場合は、軟化があまり見られなかったため、 $\gamma$ の値がかなり大きくなったため、外すことにした。それで、 $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$ はそれぞれ $0.130\text{m}^2/\text{MN}$ 、 $0.453$ となった。

#### 4) 定数 $a$ の再設定

ここまで設定した材料定数を用いて、定数 $a$ をパラメータに、1要素解析を行う。解析で得られた強度を試験結果に合わせるように(図4.8で示す)、定数 $a$ を設定した。定数 $a$ は $0.178\text{MN/m}^2$ との結果になった。

### 5. 遠心模型実験の数値解析

本節では、まず遠心実験模型の有限要素解析モデルについて述べる。第4節で設定した材料定数を用いて、遠心模型実験の解析を行い、得られた結果について考察を加える。

#### 1) 有限要素モデルの設定

本研究では、第2節に紹介した模型に基づく二つの有限要素解析モデルを用いて解析を行った。図5.1と図5.2はそれぞれモデル1とモデル2での要素分割を示す。

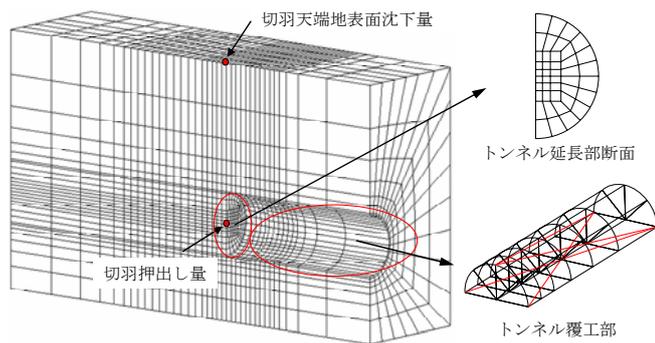


図 5.1 モデル1での要素分割

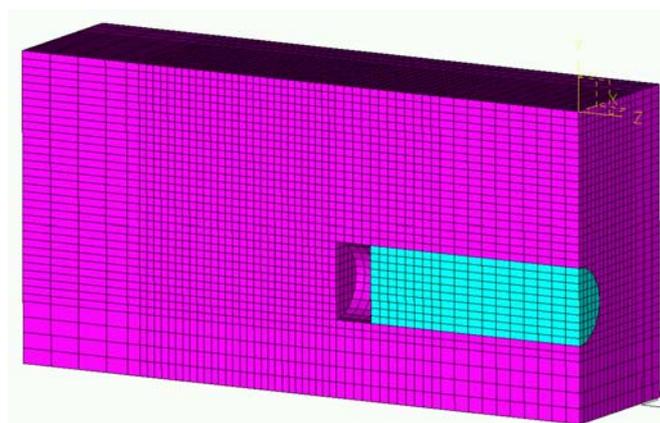


図 5.1 モデル2での要素分割<sup>1)</sup>

二つのモデルの共通点は、

- 拘束条件：底面と側面の面外変形を拘束する。
- トンネル覆工部を剛体として扱う。モデル1では、完全弾性モデルのトラス要素で不静定フレーム構

造より剛体を構成した。トラス要素のヤング率は地盤材料の100倍の $1600\text{MN/m}^2$ で、断面積は $100\text{mm}^2$ である。モデル2はソリト要素で剛体を構成する、材料の初期剛性は地盤材料の約300倍である。

- トンネルの切羽の近傍及びせん断域が形成する地盤部において、要素寸法を小さくした。
- 载荷条件は遠心力より自重の増加。密度 $1.658\text{g/mm}^3$ の土は80Gにおける重量は $1.229\text{MN/m}^3$ となった。覆工部の重量を0とする。一方、両者の相違点は、
- モデル1の要素数はモデル2の1/8程度のため、計算時間はかなり短縮できる。
- モデル1では、8点のGuass積分を用いるため、計算精度は1積分点を用いるモデル2より高い。
- モデル2は中岡ら<sup>1)</sup>による検証されているため、妥当性は保証できる。

#### 2) 遠心载荷実験の解析結果

前述のモデルを用いて、解析を行った。実験の計測点に対応する、図5.1に示す遠心加速度の増加に伴う切羽天端地表沈下量と切羽押し出し量を図5.4と5.5で示す。

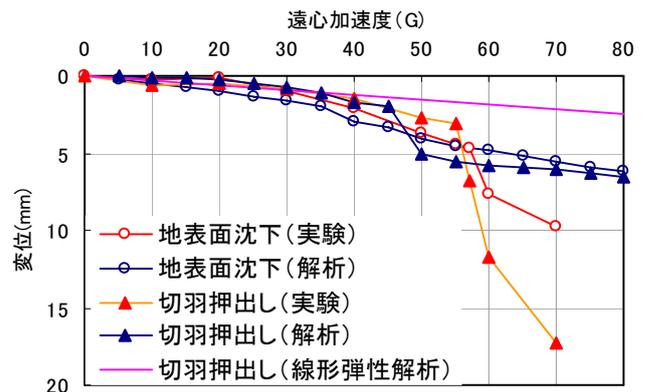


図 5.4 モデル1の解析結果

まず、モデル1の解析結果では、地表面沈下量と切羽の押し出し量の変化について35Gまでほぼ一定の勾配で増加する。35Gから50Gにかけての残差の収束速度が遅くなったため、地盤が局部的に軟化し始めると考えられる。そのため、35Gから50Gの解析結果において変位の増分が大きくなった。50G以後の変位は小さくなり、実験のように大きく増加しなかった。その原因として、材料モデルの軟化が緩やかで、保有強度が高く軟化域の拡大も収まると考えられる。

次に、モデル2の解析では、許容残差を減らし解析を進めた。図5.5で示す地表面沈下量と切羽の押し出し量から見ると、最終ステップの80Gにおいて、実験の結果を再現できている。地表面沈下量の変化において、60Gまでほぼ一定の勾配で増大し、60Gから75Gの間に、沈下量の増加率が少し大きくなり、75G以後

急増した。切羽の押し出し量において、実験とはほぼ同じ40Gの時点において軟化域が生じ、変位が大きくなった。そして、解析における切羽は実験と同じ、载荷が70G後崩壊した。

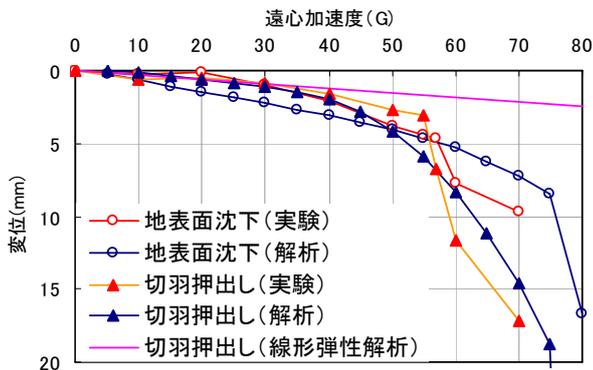


図 5.5 モデル 2 の解析結果

二つの解析結果から、解析モデルを比較すると、

- モデル 1 はモデル 2 より収束性がよい。モデル 1 では、弾性段階または軟化域が安定した以後に収束したまで所要繰返す計算数が少ない;モデル 2 では、1 積分点で解析したものの、収束性がわるい。
- モデル 1 はモデル 2 より、材料のひずみ応力関係をうまく再現していると考えられる。

よって、解析は要素の特性に大きく依存すると考えられる。

80Gにおいて、モデル 2 のせん断ひずみ分布を図 5.6 に示す。せん断域がトンネル切羽の近辺に留まり、図 1.1 のように地表面まで進展しなかったため、せん断域の形成と進展に検討の余地が残っている。

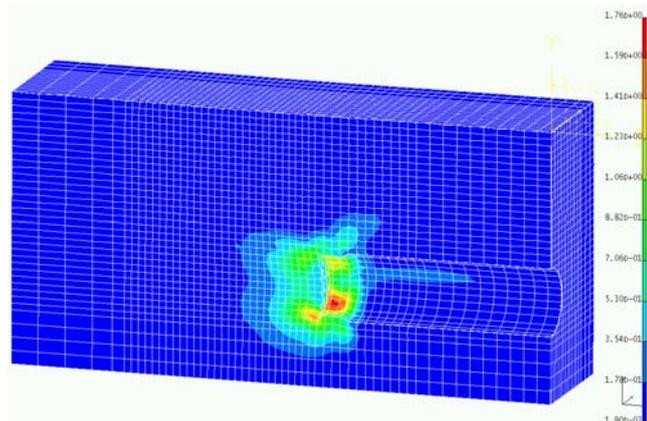


図 5.6 せん断ひずみ分布図

## 6.まとめ

- 本文では、ひずみ空間で定義する LADE 型ひずみ軟化モデルを示し、応力空間で定義する際に軟化と除荷の判定式の不具合を消去できることを明らかにした。
- 本研究で使われる LADE 型塑性モデルの定数は、一軸及び三軸 UU 圧縮試験結果による求めることができた。

- 遠心実験の解析は、破壊前の地表面沈下量と切羽の押し出し量変化を再現できた。また軟化による変形が急増する挙動が再現できた。
- せん断域は切羽の近辺まで留まり、地表面への進展は再現できなかった。
- 本解析は、不安定材料を取り扱っているため、要素の特徴や数などモデルの構成に大きく依存し不安定である。

## 参考文献

- 1) 中岡 健一、畑 浩二、芥川 真三、トンネル工学論文集 Vol. 19、土木学会、pp. 51-58、2009
- 2) D.Sterpi and A.Cividini, Rock Mechanics and Rock Engineering, pp. 277-298, 2004
- 3) 芥川 真一、松本 憲典、長居 寛之、トンネル工学研究論文・報告集 土木学会、Vol. 10、pp. 113-118、2000
- 4) 水野 英二、畑中 重光、コンクリート工学論文集、日本コンクリート工学協会、Vol. 2、No. 2、pp. 85-94、1991
- 5) 高橋 真一、杉江 茂彦、大林組技術研究所報 No. 69 2005
- 6) Poul V.Lade、Solids and Structures、Vol 13、pp. 1019-1035、1997

## 討議等

大島昭彦 助教授

遠心載荷実験では、遠心力 80G において、被り土は 16m に達するので、地盤は圧密されているではないか。

回答：この解析の目的は遠心実験の結果を再現することである。地盤の一軸圧縮強度と比べると、被り土の自重のほうが大きくて、遠心力増加で自重よりの沈下も生じ圧密されていると考えられる。今度の解析では、全地盤を均一材料と見なして、現実にある地盤と大きく異なるとも考えられる。

東田淳 教授

時間が経つと地盤材料の材料強度や特性が変わっているのにも関わらず、材料定数設定に用いる三軸 UU 試験結果は半年後の地盤材料の試験結果である。解析と実験は違うことやっているか。

回答：説明に誤りがあった。実は、同じ配合と材齢の地盤材料の三軸実験を行ったが、強度が大きく異なった。そして追加した CU そして UU 試験の結果に軟化が見られなかったため、三軸 UU 試験の結果を調整し材料定数の同定に用いることにした。

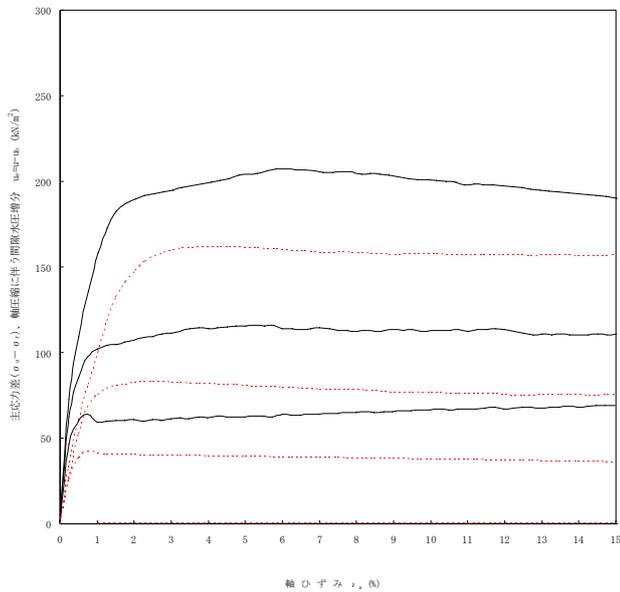


図 三軸 CU 試験の結果

山口隆司 教授

今後はどのように適用を考えてよいか。遠心模型実験の解析において、地盤材料の構成則モデルより要素分割のほうが結果に大きい影響を及ぼすか。

回答：適用するには要素を細かく分割する場合、解析に生じた不具合を除くことをまず果たせなければならない、そして切羽とせん断域の要素分割を細かくすれば、よい結果がでると考えられる。地盤材料の構成則モデルを正しく定義するのは、解析の正確性の基礎となる。ただし、要素分割は、局所に要素が軟化した後、軟化はどの方向に向かって進展していくという問題に大きく関る。